

Hotel Unendlichkeit

Hilberts Hotel ist voll belegt. Das besondere an Hilberts Hotel ist, daß es, obwohl vollständig belegt, unendlich viele Zimmer besitzt. Es ist allgemein bekannt, daß uns die Unendlichkeit oftmals Schwierigkeiten bereitet. Schuld daran ist unser Denken, daß sich Größen ohne Anfang und Ende gar nicht wirklich vorstellen kann. Voraussetzung um das Gedankenspiel um das Hotel zu verstehen, ist es zu wissen, daß die Unendlichkeit etwas ist, das einerseits beim Rechnen wie eine Zahl behandelt wird, andererseits aber keine feste Größe hat. Das Eigentümliche: $\text{Unendlichkeit} + \text{Eins} = \text{Unendlichkeit}$.

Hilberts Hotel liegt dieser Gedanke zugrunde. Obwohl voll belegt, hat das Hotel für jeden weiteren Gast der kommt immer Platz. Gast aus Zimmer 1 rückt in Zimmer 2 auf. Gast in Zimmer 2 rückt in Zimmer 3 auf; usw. Dadurch schafft Sir Hilbert, der Hoteldirektor, in Zimmer eins Platz. Die Hotelgäste rücken auf und weil unendlich viele Zimmer da sind, ist für jeden gesorgt. Warum jeder aufrückt und nicht jeder neue gleich das unendlichste Zimmer zugewiesen bekommt? Anders geht es nicht!

Erstens, welches Zimmer wäre das nächste. Nummer unendlich? Schwer zu finden. Es ist anzunehmen, Liftboy und Hotelgast kämen von der Zimmersuche nicht mehr zurück. Zweitens, selbst Hotel Unendlichkeit hätte auf diese Weise bei vollständiger Belegung keinen Platz mehr. Weil in der Unendlichkeit alle Zimmer belegt sind.

Die Lösung des Aufrückens ist die einzig mögliche. Jeder Gast, der bereits ein Zimmer hat, wird darum gebeten, in das Zimmer mit der nächsthöheren Zimmernummer zu ziehen. Der neue Gast erhält das Zimmer mit der Nummer 1. Der Vorgang ist n^* mal wiederholbar.

(* n muss eine bestimmte natürliche Zahl sein.)

In der nächsten Saison kommen zwei Schulbusse mit je unendlich vielen Schülern an um ebenfalls eine Nacht in Hilberts Hotel zu verbringen. Allein der erste Bus bringt ja bereits unendlich viele Schüler und könnte das Hotel füllen. - Was ist also zu tun ? Ist das Hotel schon voll? Was ist mit dem zweiten unendlich vollen Bus?

Auch für dieses Problem hat der findige Hotelmanager Hilbert eine relativ einfache Lösung parat:

Man verteilt die Schüler folgendermaßen: die Insassen ersten Busses bekommen alle geraden Zimmernummern zugewiesen, Bus zwei alle ungeraden. So schafft man sich im Infinitum Platz.

Selbst für den Fall, dass unendlich viele Omnibusse mit jeweils abzählbar unendlich vielen Fahrgästen vorführen, hat das Hotel in Zusammenarbeit mit dem Katastrophenschutzministerium und dem Verteidigungsministerium Verteilungspläne erstellt, obwohl der Chef selbst, diesen für recht unwahrscheinlich hält.

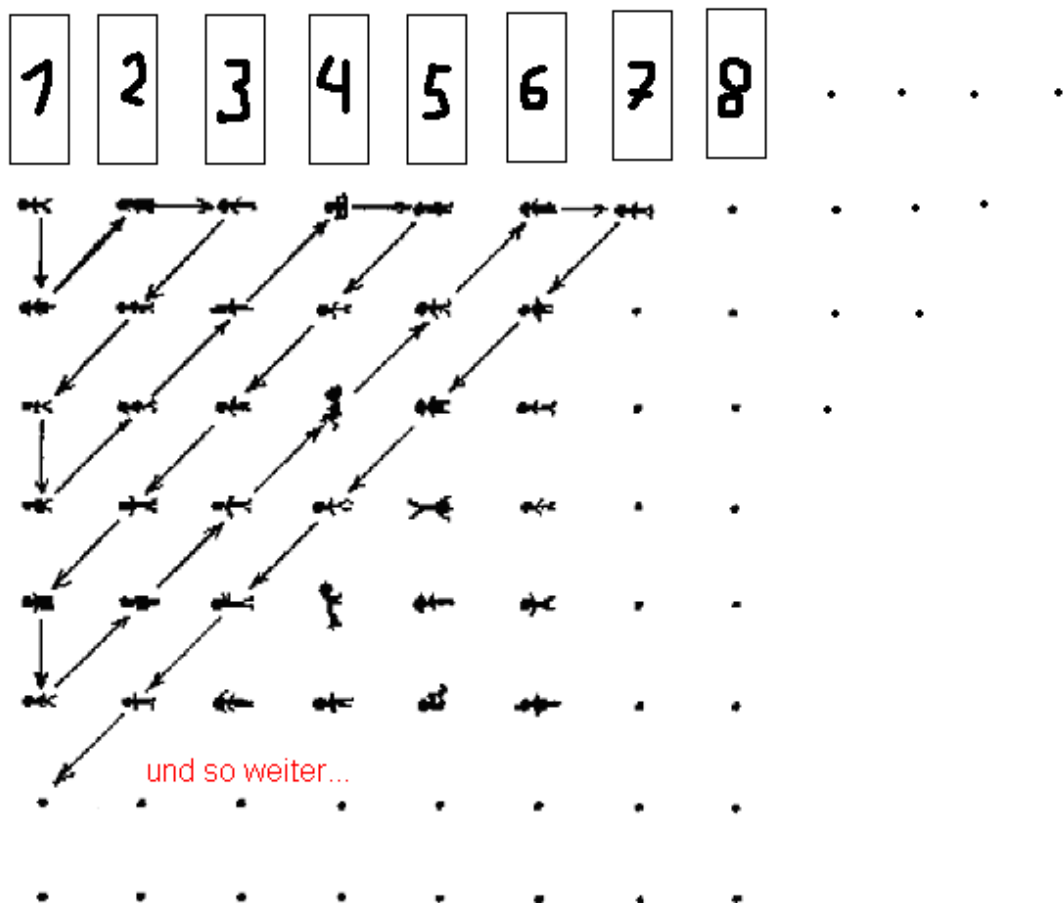
Der Plan der in einem solchen Fall zur Anwendung käme, hat deshalb recht militärischen Charakter und erfordert unbedingte Disziplin der Busfahrer und aller Personen, die ein Zimmer wünschen.

Zunächst werden die Busfahrer gebeten, ihre Busse exakt parallel nebeneinander in einer Reihe zu parken.

Dann werden die Fahrgäste gebeten auszusteigen und sich jeweils, gemäß der Sitzplatznummern ihres Busses in einer militärisch korrekten Reihe, vor den militärisch korrekt geparkten Bussen aufzustellen.

(Ähnlich dem unten wiedergegebenen Muster, das den Parkplatz des Hotels von oben gesehen ausschnittsweise zeigt.)

Durch Anwendung des ersten Cantorschen Diagonalverfahrens (siehe Pfeile im Bild) kann man anschließend die Fahrgäste der Busse abzählen und auf die Zimmer des Hotels verteilen.:



for free public use

So gerüstet, sieht das Hotel Hilbert samt Belegschaft ruhig allem entgegen, was da kommen mag.

Quellen:

Wikipedia: „Hotel Hilbert“

http://wikipedia.t-st.de/data/Hilberts_Hotel

Wikipedia: “Unendlichkeit”

<http://wikipedia.t-st.de/data/Unendlichkeit>

Kyri.de Hilberts Hotel

www.kyri.de/mathematik/hilbertshotel.html

Wikipedia: „Georg Cantor“

http://de.wikipedia.org/wiki/Georg_Cantor

Wikipedia: „Hilbert“

http://de.wikipedia.org/wiki/David_Hilbert

erstes Cantor’sches Diagonalverfahren:

<http://www.kyri.de/mathematik/mengen.html#diag1>

Bild bis zur Un(k)enntlichkeit bearbeitet von: Dorian Schmid

Von Dorian Schmid und Robert Steinkrüger